**第5讲 二元一次方程组**

**课前检测**

1.下列方程中，是二元一次方程的是( ).

A.3*x*-2*y*=4*z* B.6*xy*+9=0 C. D.

答案：D

2.下列方程组中，是二元一次方程组的是( ).

A. B. C. D.

答案：A

3.二元一次方程5*a*-11*b*=21( ).

A.有且只有一解 B.有无数解 C.无解 D.有且只有两解

答案：B

4.若|3*x*+*y*+5|+|2*x*-2*y*-2|=0，则2*x*2-3*xy*的值是( ).

A.14 B.-4 C.-12 D.12

答案：B

5.小明在解关于*x*、*y*的二元一次方程组时得到了正确结果后来发现“⊗”“⊕”处被墨水污损了，请你帮他找出⊗，⊕处的值分别是( ).

A．⊗=1，⊕=1 B．⊗=2，⊕=1 C．⊗=1，⊕=2 D．⊗=2，⊕=2

答案：B

6.已知方程2*x*+3*y*-4=0，用含*x*的代数式表示*y*为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_；用含*y*的代数式表示*x*为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

答案：

7.若=5是二元一次方程，则*m*=\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_，*n*=\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

答案：，2

8.二元一次方程组的解*x*，*y*的值相等，求*k*.

答案：*k*=2

**知识梳理**

**1.二元一次方程**

**定义：**含有两个未知数的一次方程叫做**二元一次方程**.

**解：**使二元一次方程两边的值\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_的两个未知数的值，叫做二元一次方程的解.

**解集：**二元一次方程的解的全体叫做这个二元一次方程的解集.

**2.二元一次方程组**

**定义：**如果方程组中含有**两个**未知数，且含未知数的项的次数都是一次，那么这样的方程组叫做**二元一次方程组**.

**解：**在二元一次方程组中，使每个方程都适合的解，叫做**二元一次方程组的解**.

**解法：(1)代入消元法：**把二元一次方程组中一个方程的一个未知数用\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_表示出来，再代入另一个方程，实现\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_，进而求得这个二元一次方程组的解.

**(2)加减消元法：**当二元一次方程组的两个方程中同一未知数的系数\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_时，把这两个方程的两边分别\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_，就能消去这个未知数，得到一个一元一次方程.

**1.二元一次方程**

**定义：**方程中含有两个未知数，并且含有未知数的项的次数都是1

**解：**使二元一次方程两边的值相等的两个未知数的值

**解集：**二元一次方程的解的全体

**2.二元一次方程组**

**定义：**两个方程合在一起，组成一个方程组，这个方程组中有两个未知数，含有每个未知数的项的次数都是1

**解：**二元一次方程组的两个方程的公共解

**解法：代入消元法：**把二元一次方程组中一个方程的一个未知数用含另一个未知数的式子表示出来，再代入另一个方程，实现消元，进而求得这个二元一次方程组的解

**加减消元法：**当二元一次方程组的两个方程中同一未知数的系数相反或相等时，把这两个方程的两边分别相加或相减，就能消去这个未知数，得到一个一元一次方程

**典型解析**

**例1：**若(*a*-3)*x*+*y*|*a*|-2=9是关于*x*，*y*的二元一次方程，求*a*的值.

[答案]根据二元一次方程的定义得*a*-3≠0且|*a*|-2=1，

由*a*-3≠0得*a*≠3，

由|*a*|-2=1，得*a*=3或*a*=-3，

所以*a*=-3.

[点评]解决此问题时，要同时考虑两个未知数的系数与次数，不管方程的形式如何变化，必须满足：①含有两个未知数，即未知数的系数不为0；②含未知数的项的次数是1.

**例2：**写出二元一次方程4*x*+*y*=20的所有正整数解.

[解析]本题主要考查正整数的应用.为了求解方便，先将原方程变形为*y*=20-4*x*，由于题中所要求的解都限定于“正整数”，所以*x*和*y*的值都必须是正整数.

[答案]将原方程变形，得*y*=20-4*x*.

因为*x*，*y*均为正整数，所以*x*只能取小于5的正整数.

当*x*=1时，*y*=16；当*x*=2时，*y*=12；

当*x*=3时，*y*=8；当*x*=4时，*y*=4.

所以4*x*+*y*=20的所有正整数解是：

[点评]这是典型的有关数的讨论问题.先把一个未知数用含另一个未知数的代数式表示出来，再根据正整数进行限定，从小到大进行计算.

**由二元一次方程(组)的解确定字母的值**

**例3：**若是二元一次方程4*x*-3*y*=10的一个解，求*m*的值.

[解析]将代入方程4*x*-3*y*=10中可得到一个关于*m*的一元一次方程，从而求出*m*的值.

[答案]由题意，得4(3*m*+1)-3(2*m*-2)=10.

去括号，得12*m*+4-6*m*+6=10，

合并同类项，得6*m*=0.

系数化为1，得*m*=0.

[点评]尽管本题中方程的解不是常数，但既然是方程的解，代入方程中，方程的左右两边相等.

**利用方程组的解求代数式的值**

二元一次方程组的解是能够使二元一次方程组的两个方程都成立的一对数，因此只需将方程组的解分别代入两个方程，建立新的一元一次方程求解.

**例4：**已知是方程组的解，求(*m*+*n*)2013的值.

[解析]由方程组的解的定义可知同时满足方程组中的各个方程，将代入两个方程，分别解方程可求得*m*和*n*的值，从而求出代数式的值.

[答案]把*x*=2，*y*=1分别代入方程组中，得

由①得*m*=-1，由②得*n*=0，故

当*m*=-1，*n*=0时，(*m*+*n*)2013=(-1+0)2013=(-1)2013=-1，

即(*m*+*n*)2013的值为-1.

[解题策略]本题利用的是转化未知数的思想，即把原方程组通过方程组的解的定义转化为以*m*，*n*为未知数的方程组.

**例5：**甲、乙两人共同解方程组由于甲看错了方程①中的*m*的值，得到方程组的解为乙看错了方程②中的*n*的值，得到方程组的解为试求代数式*m*2+*n*2+*m*·*n*的值.

答案：将代入②中有2×(-3)+2*n*=-3，解得

将代入①中有-5*m*+4=-6，解得*m*=2.

∴*m*2+*n*2+*mn*=4++3=.

[提示]把代入方程②，把代入方程①分别求出*m*，*n*的值，再代入代数式求解.

**二元一次方程的开放性题**

**例6：**写出一个解为的二元一次方程组.

[解析]本题主要考查二元一次方程组的解的应用.此题可先构造两个以为解的二元一次方程，然后将它们用“大括号”联立即可.

[答案]本题答案不唯一.

因为*x*=1，*y*=-2，

所以*x*+*y*=1+(-2)=-1，*x*-*y*=1-(-2)=3.

所以就是所求的一个二元一次方程组.

[解题策略](1)以为解的二元一次方程可以写出无数多个，如2*x*+*y*=0，4*x*+2*y*=0，*x*+2*y*=-3，2*x*+4*y*=-6等，我们从中任选两个方程，只要确保其对应系数不成比例，联立起来即为所求，可见这样的方程组也有无数多个.

(2)*x*+2*y*=-3和2*x*+4*y*=-6两个方程的对应系数成比例，这样的两个方程(实质为同一方程)联立所得到的方程组有无穷多个解，不符合本题条件.

**二元一次方程(组)的实际应用**

二元一次方程(组)的实际应用就是从实际问题中抽象出二元一次方程(组)的模型，并根据题目中两等量关系列出方程(组)，在列方程(组)或解方程(组)时，还要根据问题的实际意义来求解.

**例7：**某电视台在黄金时段的2分钟广告时间内，计划插播长度为15秒和30秒的两种广告.15秒的广告每播一次收费0.6万元，30秒的广告每播一次收费1万元.若要求每种广告播放不少于2次，那么：

(1)两种广告播放的次数有几种安排方式？(2)电视台选择哪种方式播放收益最大？

答案：(1)设15秒的广告播放*x*次，30秒的广告播放*y*次，根据题意得15*x*+30*y*=120，即*x*+2*y*=8.因为*x*，*y*均为不小于2的正整数，所以即有两种安排方式.

(2)当*x*=4，*y*=2时，收益是0.6×4+1×2=4.4(万元)；当*x*=2，*y*=3时，收益是0.6×2+1×3=4.2(万元)，所以选择播放15秒的广告四次，30秒的广告两次的方式收益最大.

**同步训练**

1.若方程|2*k*-4|*x*2-5=3*x*+4*y*是关于*x*，*y*的二元一次方程，求*k*与3*x*+4*y*-2*k*的值.

[解析]|2*k*-4|*x*2的次数是2，根据二元一次方程的定义知该项的系数应为0，从而可求出*k*的值.而代数式3*x*+4*y*-2*k*中3*x*+4*y*正好是原方程右边的式子，故只需把原方程的左边化简，得到3*x*+4*y*的值即可.

[答案]∵方程|2*k*-4|*x*2-5=3*x*+4*y*是关于*x*，*y*的二元一次方程，

∴|2*k*-4|=0，∴2*k*-4=0，即*k*=2.

∴原方程可化简为3*x*+4*y*=-5，

∴3*x*+4*y*-2*k*=-5-2×2=-9.

[点评]求*k*值的关键是对二元一次方程概念的正确理解，求3*x*+4*y*-2*k*的值时可将3*x*+4*y*看成一个整体，利用整体思想是求这个代数式值的简便方法.

2.已知是方程2*x*-*ay*=3的一个解，那么*a*的值是( ).

A.1 B.3 C.-3 D.-1

[解析]将代入方程2*x*-*ay*=3，得2+*a*=3，所以*a*=1，故选A.

[答案]A

3.甲、乙两人共同解方程组由于甲看错了方程①中的*a*，得到方程组的解为乙看错了方程②中的*b*，得到方程组的解为试计算*a*2012+的值.

[解析]甲看错了方程*ax*+5*y*=15中的*a*，但得到的解适合方程4*x*-*by*=-2，这样可求得方程中的*b*；同理，乙看错了方程4*x*-*by*=-2中的*b*，但得到的解适合方程*ax*+5*y*=15，从而可求得*a*的值.

[答案]甲看错了方程①中的*a*，

但甲所得的解适合方程4*x*-*by*=-2，

∴4×(-3)-*b*×(-1)=-2，∴*b*=10.

乙看错了方程②中的*b*，∴乙所得的解适合方程*a*+5*y*=15，

∴5*a*+5×4=15，∴*a*=-1，

(-1)=0.

[点评]看错一个方程而求出的方程组的错解，应是另一个没有看错的方程的解，可以代入没看错的方程求解.

4.写出一个以为解的二元一次方程.

[答案]因为3-2=1，所以方程可写为*x*+*y*=1.

或者，因为2×3+3×(-2)=0，

所以方程可写为2*x*+3*y*=0.(答案不唯一)

[点评]本题为开放性题，答案不唯一.解题时可先设系数，再通过运算求出代数式的值.如：先设为3*x*-4*y*，代入运算得3×3-4×(-2)=17，则方程为3*x*-4*y*=17.

5.虹光医疗器械经销部经营甲、乙两种医疗器械，甲器械每台2万元，乙器械每台5万元，若今年厂方给经销部规定了24万元的营销任务，那么该经销部要想完成任务，有哪些销售方案可选择？若乙器械的利润是甲器械的3倍，那么你觉得选择哪个方案更好些？

[解析]先根据题意设未知数，列出二元一次方程，然后根据台数为正整数讨论求解.

[答案](1)可设销售甲器械*x*台，乙器械*y*台.

根据题意，得2*x*+5*y*=24.

∵*x*，*y*表示器械台数，∴*x*≥0且为整数，*y*≥0且为整数，

故满足上述条件的*x*，*y*的值为或或

∴销售方案有三种，分别为：

方案1：销售甲器械2台，销售乙器械4台；

方案2：销售甲器械7台，销售乙器械2台；

方案3：销售甲器械12台，不销售乙器械.

(2)设甲器械的利润为*a*元，则乙器械的利润为3*a*元，于是方案1的利润为2*a*+4×3*a*=14*a*(元)；方案2的利润为7*a*+2×3*a*=13*a*(元)；方案3的利润为12*a*元.

∴选择方案1更好些.

[点评]此类题目可以归结为二元一次方程的特殊解问题，要注意其结果一定要符合实际意义.

**走进中考**

1.雅安地震后，灾区急需帐篷.某企业急灾区之所急，准备捐助甲、乙两种型号的帐篷共1500顶，其中甲种帐篷每顶安置6人，乙种帐篷每顶安置4人，共安置8000人.设该企业捐助甲种帐篷*x*顶、乙种帐篷*y*顶，那么下面列出的方程组中正确的是( ).

[解析]该题的等量关系有：①甲种帐篷的顶数+乙种帐篷的顶数=1500顶；②甲种帐篷安置的总人数+乙种帐篷安置的总人数=8000人.根据甲、乙两种型号的帐篷共1500顶，得方程*x*+*y*=1500；根据共安置8000人，得方程6*x*+4*y*=8000.列方程组为

[答案]D

2.一个两位数，对换它的十位数字和个位数字后，所得的数是原数的

(1)若设十位数字为*x*，个位数字为*y*，列出关于*x*，*y*的二元一次方程；

(2)该二元一次方程的解是无数个还是有限个？

答案：(1)依题意列方程为

(2)该二元一次方程的解是有限个.

3.已知方程组的解为求(*m*-*n*)2的值.

答案：将代入原方程组得解得*m*=1，*n*=1，∴(*m*-*n*)2=0.

4.已知方程(*k*2-4)*x*2+(*k*+2)*x*+(*k*-6)*y*=*k*+8，则：

(1)当*k*为何值时，方程为关于*y*的一元一次方程？

(2)当*k*为何值时，方程为关于*x*，*y*的二元一次方程？

答案：(1)依题意，当即*k*=-2时，原方程为关于*y*的一元一次方程.

(2)依题意，当即*k*=2时，原方程为关于*x*，*y*的二元一次方程.